

## HISTÒRIA DE LES MATEMÀTIQUES PER A L'ENSENYAMENT DE LES MATEMÀTIQUES. ANALITZANT LES FONTS

**FÀTIMA ROMERO VALLHONESTA;<sup>1</sup> M. ROSA MASSA ESTEVE<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> CENTRE DE RECERCA PER A LA HISTÒRIA DE LA TÈCNICA. UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA DE CATALUNYA.

<sup>2</sup> DEPARTAMENT DE MATEMÀTIQUES. UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA.

Paraules clau: *història de les matemàtiques, ensenyament, fonts històriques originals*

### **History of Mathematics in the Learning of Mathematics. Analysis of the Sources**

Summary: *In recent decades the use of history of mathematics, as a resource for the teaching of mathematics, has raised in Catalonia. The formative role of the history of mathematics in the learning for either teaching math or achieving a global view of mathematics, is indisputable. In the different courses of history of mathematics imparted these recent years, both in the initial and permanent training of teachers, we have analyzed several activities implemented in the classroom related to certain historical contexts of the curriculum. These historical cases already studied should be published in order to serve as a model for designing new activities. The aim of this paper is, from the analysis of the used sources in the activities, to propose criteria for their choice so that they are appropriate for the learning of mathematics. This analysis allows us to present some historical activities that verify these criteria.*

Key words: *history of mathematics, teaching, original historical sources*

### **Introducció<sup>1</sup>**

El coneixement de la història de la matemàtica pot contribuir a enriquir la tasca docent (Calinger, 1996). Aquest enriquiment té una doble vessant: proporcionar una visió diferent de la matemàtica a l'alumnat i facilitar-ne el seu aprenentatge.

---

1. Aquesta investigació compta amb el suport del projecte HAR2013-44643-R i de l'ABEAM (Associació de Barcelona per a l'Ensenyament i Aprenentatge de les Matemàtiques).

La història de la matemàtica aporta al professorat una nova perspectiva més completa de la matèria, que el capacitarà per a oferir una formació científica molt més àmplia. L'ús de casos històrics és un dels recursos que es poden emprar per a millorar la transmissió i assoliment dels continguts matemàtics i també per a actuar de revulsiu en aquells casos en què l'alumne no troba motivació en la matemàtica. El professor coneixedor de la història de la matemàtica tindrà elements al seu abast per a transmetre als alumnes una percepció d'aquesta disciplina com a ciència útil, dinàmica, humana, interdisciplinària i heurística (Massa Esteve, 2003).

Les matemàtiques han estat una ciència útil per al desenvolupament de les diferents civilitzacions. Actualment són fonamentals en tots els camps de la ciència. Són una ciència dinàmica, en constant evolució, que sap adaptar-se a les noves situacions que es produeixen i sap treure profit de les noves eines tecnològiques. La matemàtica és una ciència fruit d'una activitat humana i, si aconseguim que els alumnes la vegin així, probablement la percebran com a més propera i assequible. És important fer notar, sempre que sigui possible, les connexions de la matemàtica amb altres ciències. És aquesta interacció la que ha permès sovint el desenvolupament de totes elles. L'anàlisi de problemes històrics resolts amb mètodes diversos permeten fomentar en l'alumnat l'interès per la recerca (Weeks, 1997).

També cal remarcar que no tan sols com a professors, sinó també com a matemàtics, la història de la matemàtica aporta una millor comprensió dels fonaments i de la naturalesa d'aquesta disciplina (Jahnke *et al.*, 1996). La història de la matemàtica proveeix els amants d'aquesta ciència d'elements de comprensió més profunda dels conceptes i les tècniques matemàtiques d'ús quotidià a les aules (Katz, 2000). Ajuda a comprendre com i per què s'han format les diferents branques de la matemàtica: l'anàlisi, l'àlgebra, la geometria, etc., les seves diferents interrelacions i les relacions amb les altres ciències.

La història mostra que les matemàtiques s'han emprat per a resoldre problemes relacionats amb l'activitat humana i per a donar significat al món. A més, permet observar com les seves parts s'han anat forjant en una reiterada interacció aplicació-desenvolupament. Així, la geometria, que va néixer per mesurar, va evolucionar amb els problemes de mesures; la trigonometria es va anar desenvolupant per resoldre problemes d'astronomia i també de navegació; l'àlgebra, que va rebre un impuls important en solucionar problemes d'aritmètica mercantil, durant el Renaixement va esdevenir una eina imprescindible en la resolució de problemes geomètrics, de teoria de nombres, etc. Sense cap mena de dubte, tots aquests coneixements històrics faran que s'enriqueixi la formació matemàtica de l'alumnat.

Com a membres del Grup d'Història de les Matemàtiques de l'ABEAM, hem dissenyat diverses activitats que hem experimentat a l'aula (Romero & Massa, 2003; Romero *et al.*, 2006; Guevara *et al.*, 2008) i hem constatat, que si bé la majoria han estat interessants per a l'alumnat, no totes elles han contribuït d'igual manera a l'aprenentatge de les matemàtiques.

L'objectiu d'aquesta comunicació és, a partir de l'anàlisi de les fonts que hem utilitzat en les diverses activitats, proposar criteris per a la seva tria de manera que aquestes siguin rellevants per a l'aprenentatge dels conceptes o dels processos matemàtics.

### **La història de les matemàtiques en el currículum de matemàtiques**

L'ús de la història de les matemàtiques com a recurs per a l'ensenyament de les matemàtiques ha experimentat un gran impuls a Catalunya durant les darreres dècades. En el currículum de 2007

(Decret 143/2007), després dels blocs de continguts ja es proposaven per a cada curs una sèrie de contextos històrics relacionats amb els continguts del curs corresponent.

En el cas de 3r d'ESO, per exemple, la llista incloïa, entre d'altres, la resolució geomètrica d'equacions i el naixement de la teoria de probabilitats.

En el currículum de 2015 (Decret 187/2015), aquestes possibles aproximacions històriques han passat a formar part dels blocs de continguts.

Per exemple, entre els continguts de 4t curs corresponents al bloc d'*Espai i Forma*, hi figuren: «El naixement i primer desenvolupament de la trigonometria al llarg de la història i la història de la introducció a les coordenades cartesianes».

Per tant, en els continguts es fa clara referència a la història de les matemàtiques de la qual els alumnes n'han de conèixer alguns episodis al mateix nivell que han de saber, per exemple, resoldre triangles rectangles.

### **Consideracions sobre la introducció de la història de les matemàtiques per a l'aprenentatge de les matemàtiques**

Els continguts del currículum relacionats amb la història de les matemàtiques es poden impartir atenent només a l'evolució al llarg del temps del concepte involucrat, que pot il·lustrar una mica el que es coneix com a *principi genètic*, que considera que l'intel·lecte humà reproduceix els passos que ha seguit l'evolució històrica dels conceptes matemàtics. Però potser el més interessant és utilitzar fonts originals o traduccions reconegudes per tal de dissenyar activitats que contribueixin a aprendre conceptes i processos matemàtics a través de la seva història. Mostrar les dificultats que hi ha hagut al llarg de la història per tal de donar resposta a determinades preguntes que s'ha fet la humanitat o per a resoldre determinats problemes, pot contribuir a motivar alguns estudiants que a vegades, pel tipus d'ensenyament que han rebut, creuen que les matemàtiques consisteixen a aplicar una sèrie de fórmules sovint complicades, la comprensió de les quals està reservada només a ments privilegiades.

Com que es tracta que l'alumnat aprengui matemàtiques a través de la història, i no solament història de les matemàtiques, no tots els episodis històrics ni totes les fonts són apropiades per a dissenyar activitats per a implementar a l'aula.

Per tal de triar una activitat basada en textos històrics que contribueixi a l'aprenentatge de conceptes o al desenvolupament de processos matemàtics, proposem fer-nos les preguntes següents:

- La font està relacionada amb el contingut històric del currículum?
- Contribueix de manera significativa a la millora de l'aprenentatge de les matemàtiques?
- Ha representat la resposta a alguna pregunta clau que s'ha fet la humanitat?
- És cabdal per a entendre l'origen del concepte que s'ensenyava?
- Estimula la reflexió matemàtica?
- Desperta la curiositat? Potencia el raonament? Ensenya nous mètodes?

Presentarem tot seguit una sèrie d'activitats que pretenen il·lustrar la resposta afirmativa a cadascuna de les preguntes.

#### ***La font està relacionada amb el contingut històric del currículum?***

La següent activitat està relacionada amb el contingut històric del currículum, concretament amb el que s'especifica a 3r d'ESO com:

Mesures indirectes (CC11, CC12).<sup>2</sup> Estimació. Precisió, exactitud i error. Història de la mesura del cel (radi de la Terra, distància Terra-Lluna...). Ús de les mesures indirectes per a la resolució de problemes en contextos diversos.

La font que fem servir és una obra d'astronomia: *Sobre les mides i les distàncies del Sol i la Lluna*, d'Aristarc de Samos (ca. 310 aC - 230 aC). L'obra suposa un intent de calcular les distàncies Sol-Terra i Terra-Lluna amb un mètode original, rigorós i correcte, malgrat que, a causa de la imprecisió de les mesures, el resultat no ho va ser (Aristarco de Samos, 2007).

Aristarc parteix de sis hipòtesis sobre les mides i les distàncies als astres i mitjançant divuit proposicions demostra tres tesis. La tesi més important és la que es demostra a la Proposició 7: «La distància al Sol des de la Terra és més gran que divuit vegades, però més petita que vint vegades, la distància a la Lluna des de la Terra».

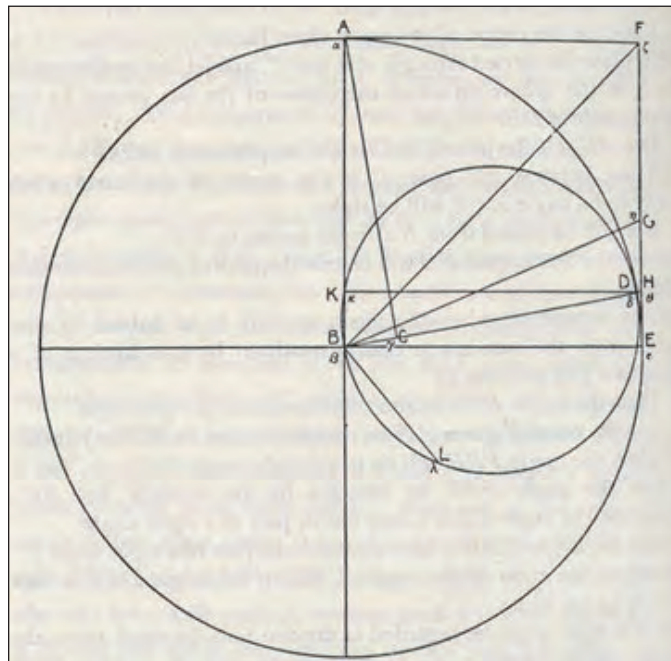


FIGURA 1. Il·lustració de la Proposició VII (Aristarco, 2007: 109).

A partir de la Fig. 1, prenem A com el centre del Sol; B, el centre de la Terra, i C, el centre de la Lluna quan se'ns mostra partida per la meitat; aleshores, CB representa la distància a la Lluna des de la Terra i AB representa la distància al Sol des de la Terra. Hem de demostrar que:  $18 CB < AB < 20 CB$ . Aquesta demostració és la que treballarem amb els alumnes a l'activitat d'aula (Massa Esteve, 2005b).

Les estratègies matemàtiques emprades en la demostració són: traslladar el problema del triangle Sol-Terra-Lluna a un triangle semblant construint una circumferència adequada; utilitzar com si fos coneguda la relació entre els angles i les seves tangents; emprar la proporció establerta entre els segments que determinen la bisectriu d'un angle d'un triangle i els seus costats, i, finalment, aproximar  $\sqrt{2}$  per  $7/5$ .

2. Aquest tipus de sigles fan referència als continguts clau que són una novetat d'aquest currículum i estan identificats per a cadascuna de les àrees del coneixement. El contingut clau CC12, per exemple, és: *relacions mètriques i càlcul de mesures en figures*.

*Contribueix de manera significativa a la millora de l'aprenentatge de les matemàtiques?*

La matemàtica grega, basada en la geometria, pot fer també la seva aportació a l'aprenentatge de les matemàtiques. En els *Elements* d'Euclides (300 aC) es recullen els coneixements matemàtics de diferents escoles gregues i es demostren moltes proposicions geomètriques. Aquesta obra, que es creu que pot ser col·lectiva, és la que ha tingut més edicions després de la Bíblia (més de mil) i és una de les que més influència cultural ha tingut al llarg de la història. Va ser emprada com a llibre de text a les universitats durant molts segles i va influir extraordinàriament en els grans autors de les revolucions científiques, com ara Galileo Galilei (1564-1642), Isaac Newton (1643-1727) i d'altres. Els *Elements* consten de tretze llibres: els sis primers dedicats a la geometria plana; els tres següents a l'àrithmetica (o teoria de nombres); el desè tracta dels incommensurables, i els tres últims, de la geometria de sòlids.<sup>3</sup> Pel que fa a l'estil de l'obra podem qualificar-lo d'ordre axiomàtic i rigorós. Cada llibre té la mateixa estructura, primer els axiomes i/o postulats, seguidament les definicions i, després, les proposicions, cadascuna amb la seva demostració. Es demostra tot a partir d'hipòtesis clares i de propietats explícitament establertes, anotant al marge les proposicions i les definicions que està emprant. Cal remarcar que en el text d'Euclides no hi ha símbols, ni nombres, ni expressions algebraiques, només figures i relacions entre els costats i les figures; és a dir, només hi ha geometria: segments que s'afegeixen i que quan es multipliquen donen figures geomètriques. L'activitat està preparada a partir de la proposició III.20 que relaciona la mesura de l'angle inscrit amb la de l'angle central que abasta el mateix arc (Fig. 2).

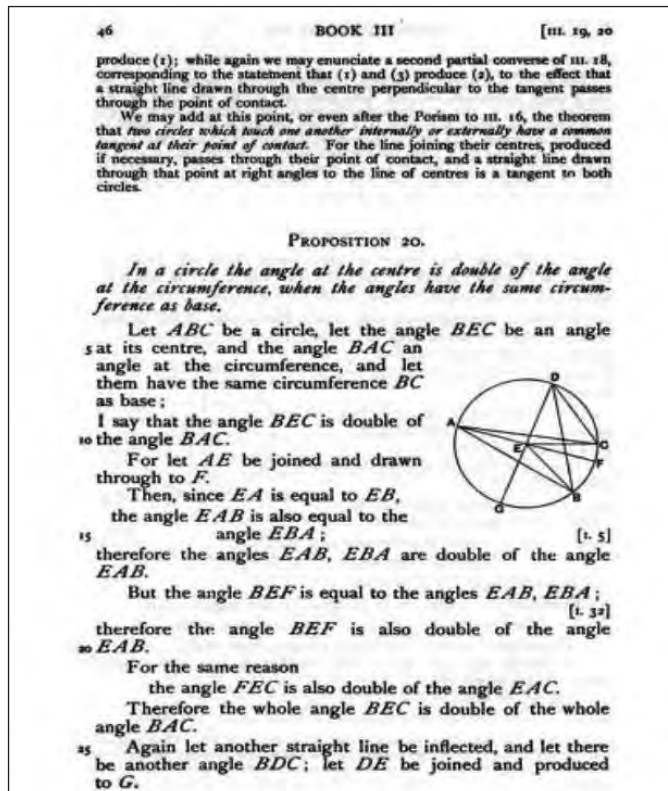


FIGURA 2. Proposició 20 del llibre III (Euclid, 1956: 46).

3. Els quatre primers són deguts als pitagòrics, el V i el VI són deguts a Eudox. Els llibres VIII i IX són també dels pitagòrics. El X és degut a Teetet. El llibre XI procedeix de l'escola jònica. El XII, té diversos precursors però el mètode d'exhaustió, que és el que permet demostracions rigoroses, és d'Eudox. Finalment, el llibre XIII és degut a Teetet (Dou, 1986: 68).



**Estimula la reflexió matemàtica?**

Aquesta activitat fa reflexionar els alumnes sobre les relacions entre l'àlgebra i la geometria en la història de la construcció de la solució de l'equació de segon grau (Massa, 2005a). Encara que ja es pot intuir un algorisme de resolució d'equacions de segon grau a les tauletes babilòniques (1800 aC), correspon als àrabs el pas decisiu en el desenvolupament de les regles de l'àlgebra. Mohamed Ben-Musa al-Khwarizmi (850 dC), matemàtic, astrònom i membre de la Casa de Saviesa de Bagdad, va escriure *Hisâb al-jabr wal-muqabala* (813 i 830), on classificava les equacions fins a segon grau en sis tipus diferents, explicava el mètode per a resoldre-les i justificava les solucions amb quadrats i rectangles. Qui va difondre en el món occidental tots aquests coneixements va ser Leonardo de Pisa, fill de Bonacci (1180-1250), més conegut pel nom de Fibonacci, amb la seva obra *Liber abaci* (1202). L'obra de Luca Pacioli (1447-1517) titulada *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni & Proportionalità* (1494), que va tenir gran difusió a la seva època, va influir en les àlgebres renaixentistes, com ara la de Girolamo Cardano (1501-1576), tot i que la relació entre l'àlgebra i la geometria pel que fa a l'obtenció de les solucions en aquesta obra es feia utilitzant també quadrats i rectangles.

Amb l'obra *In Artem Analyticen Isagoge* (1591), de François Viète (1540-1603), que va constituir un punt clau per a la utilització de símbols, no només per a representar les incògnites, sinó també per a representar les quantitats conegudes, les relacions van canviar. Viète va presentar nous procediments algebraics relacionant la teoria de proporció euclidiana amb les equacions, i va fer palesa la seva utilitat per a resoldre equacions a l'aritmètica, a la trigonometria, però sobretot a la geometria.

També més tard René Descartes (1596-1650), en la seva obra *La Géométrie* (1637), on va construir una àlgebra de segments, empra el teorema de Pitàgores i un cercle en la construcció que fa de la solució de l'equació de segon grau (Fig. 4).

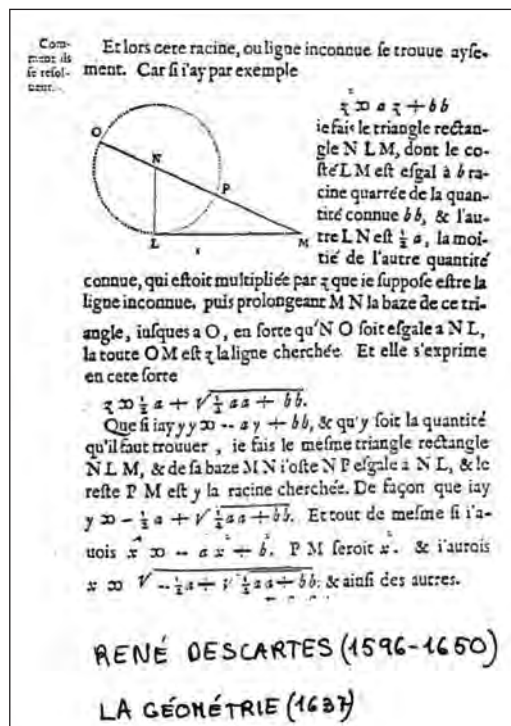


FIGURA 4. Solució de l'equació de segon grau (Descartes, 1954: 12-15).

Cal assenyalar que a l'obra de Descartes ja apareix la fórmula de l'equació de segon grau que emprem actualment.

### *Desperta la curiositat?*

En aquest cas la font que hem triat és una obra del segle XVI, *Arithmetica Practica y Speculativa* (1562), de Juan Pérez de Moya (1513-1597), que va arribar a les 30 edicions. El llibre novè d'aquesta obra està escrit en forma de diàleg i tracta diferents punts de vista sobre la utilitat de les matemàtiques i els motius que aconsellen el seu estudi. Consta de dues parts en la primera de les quals Antimacho visita Sophronio, que està malalt, i el troba llegint un llibre d'aritmètica. Aquest serà per a l'autor el pretext per a parlar de la necessitat de l'estudi d'aquesta disciplina. Antimacho representa un home del seu temps que s'estranya que hi hagi persones que s'entretinguin llegint llibres d'aritmètica. Nega que els principis de l'aritmètica puguin constituir una ciència i afegeix que si no hi ha diners per comptar, no hi ha cap necessitat d'estudiar aritmètica; i si n'hi ha, l'interès, l'avarícia o el costum poden substituir el coneixement científic.

L'activitat està centrada en un dels problemes que posa Sophronio a Antimacho i consisteix a entendre l'engany que fa un comprador a un venedor (Fig. 5). Es tracta d'un mosso que va a comprar espàrrecs i porta una corda per lligar-los. Demana al venedor què li cobraria pel manat que es pot lligar amb la corda, que fa un pam. Acorden que el preu serà de mig ral. El mosso torna al cap d'una estona amb una corda de dos pams i paga 1 ral pels espàrrecs que hi pot lligar. Igual que el venedor, Antimacho va trobar que el càlcul era correcte. Sophronio li explica l'engany.

(So) Esso dezis? pues esperad vn poco, q̄ respódereys a esto que os pregútare que es caso q̄ acaescio pocos dias ha por vn moço de vn soldado, el q̄l yédo a cóprar prouision para su amo, llego a vn labrador q̄ vendia esparragos, y le dixo. Quanto quereys por los esparragos que pudiere atar en esta cuerda, que tiene vn palmo de largo, en fin se concertaró por medio real, a poco de tiempo boluio este moço al q̄ védia esparragos, diziédo. Hermano bié se os acuerda, q̄ me distes por medio real los esparragos q̄ ate en vna cuerda de vn palmo de largo, al presente quiero comprar mas, y traygo vna cuerda de dos palmos de largo, que es el doblo q̄ la otra, dad me la de esparragos y pagar os he vn real, q̄ es a razon de como primero nos concertamos. El labrador respondio que era concteto. Pido si en esta compra se ha hecho algun agrauio, y quien engaño a quien, y en quanto?

FIGURA 5. Problema sobre la proporcionalitat (Pérez de Moya, 1562: 701).



Aquesta activitat a partir d'un text del segle XVI, el llenguatge del qual es pot entendre perfectament, permet als alumnes adonar-se que la raó de proporcionalitat entre figures semblants no és la mateixa per a longituds que per a superfícies.

**Potencia el raonament?**

Aquí hem triat com a punt de partida la correspondència entre Pascal i Fermat amb relació a com s'han de repartir les apostes en una partida inacabada per tal de ser justos en el repartiment (Romero, 2012). Aquest problema és conegut com el problema dels punts i va ser proposat a Pascal i Fermat probablement el 1654 i va donar lloc a un intercanvi epistolar entre Pascal i Fermat que va ser fonamental per al desenvolupament dels conceptes moderns de teoria de probabilitats. En aquesta correspondència es posen de manifest els dubtes que tenien aquests grans matemàtics per a resoldre una qüestió aparentment simple.

La situació és la següent: dos jugadors juguen a un joc en què per cada partida guanyada obtenen 1 punt. El primer que arriba a 6 punts s'emporta el premi, que són 24 ducats. El joc s'interromp per causes desconegudes en un moment en què el jugador A ha obtingut 5 punts i el jugador B n'ha obtingut 3. Com s'han de repartir els 24 ducats de manera justa?

LXX. — 29 JUILLET 1654. 295

Si on joue chacun 256 en

	6 parties.	5 parties.	4 parties.	3 parties.	2 parties.	1 partie.
1 <sup>re</sup> partie.....	63	70	80	96	128	256
2 <sup>e</sup> partie.....	63	70	80	96	128	
3 <sup>e</sup> partie.....	56	60	64	64		
4 <sup>e</sup> partie.....	42	40	32			
5 <sup>e</sup> partie.....	24	16				
6 <sup>e</sup> partie.....	8					

Il m'appartient, sur les 256 pistoles de mon joueur, pour la

FIGURA 6. Esquema de Pascal per a la solució del problema dels punts en la correspondència amb Fermat(Fermat, 1894: 295).

Es plantejarà el problema als alumnes sense parlar-los del seu origen i el portaveu de cada grup exposarà la solució a la qual han arribat (Fig. 6). Aquesta primera part de l'activitat té com a objectiu que els alumnes s'hagin familiaritzat amb el problema. Després es lliura als alumnes el text amb fragments de la correspondència de Pascal i Fermat. Es tracta que entenguin els raonaments dels dos matemàtics i que s'adonin de la dificultat d'arribar a un repartiment que satisfaci les dues parts.

**Ensenya nous mètodes?**

Hem triat en aquest cas la resolució de l'equació de tercer grau en l'*Ars Magna* (1545) per Girolamo Cardano (1501-1576) (Fig. 7).

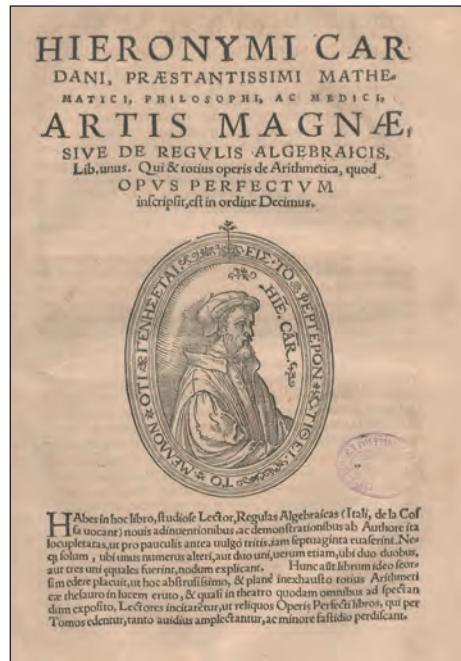


FIGURA 7. Portada *Ars Magna* (Cardano, 1545).

La resolució d'equacions ha estat un motor potent per a la recerca matemàtica que ha anat potenciant la creativitat dels matemàtics, de manera que s'han hagut d'anar creant noves formes de raonar quan en augmentar la complexitat d'un problema les antigues no hi podien donar resposta. La resolució d'equacions polinòmiques de graus 1 i 2 és present al currículum de secundària obligatòria i alguns casos particulars de grau superior es tracten a batxillerat. Poques vegades, però, s'explica que hi ha fórmules per a resoldre les equacions de tercer i quart grau i, en canvi, no n'hi ha per a les de grau 5.

Els alumnes han d'aprendre que no hi ha fórmules per a resoldre qualsevol tipus d'equacions i que, fins i tot, per alguns casos per als quals n'hi ha es poden aplicar mètodes més efectius.

Es tracta en aquesta activitat que els alumnes transformin, degudament guiats, una equació de tercer grau en una altra sense terme quadràtic, de la forma: , i la resolguin aplicant la fórmula:

$$x = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

Hauran de resoldre després la mateixa equació per mètodes aproximatius, com el de Newton-Raphson o d'altres, i escriure les seves conclusions.

### Algunes reflexions

La realització d'activitats d'aquest tipus, havent triat les fonts de manera acurada, pot aportar a l'alumnat una visió holística de les matemàtiques que està en la línia competencial del nou decret de currículum. Les activitats s'introdueixen normalment a partir de preguntes i es relacionen amb el context i amb les inquietuds o necessitats de l'època corresponent.

El fet que en algunes activitats es relacionin continguts de diferents blocs com són la geometria i l'àlgebra, per exemple, dona coherència a aquests continguts que no es veuen com parts aïllades de la matèria, sinó connectades entre elles.

La metodologia emprada en la realització d'aquestes activitats té l'alumne com a centre de l'aprenentatge, ja que el professor introdueix l'activitat i l'alumne, de manera més o menys guiada, ha de reflexionar i donar resposta a la pregunta que s'hi formula.

La mostra d'activitats que hem relacionat en aquest text fa palesa la riquesa de la matemàtica com a ciència i, alhora, dóna a l'alumnat una visió d'aquesta disciplina més connectada amb la realitat i, per tant, més propera.

## Referències bibliogràfiques

- ARISTARCO DE SAMOS (2007), *Sobre los tamaños y las distancias del Sol y la Luna*, Intr., trad. y notas de M. Rosa Massa Esteve, Cádiz, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz.
- CALINGER, R. (ed.) (1996), *Vita Mathematica. Historical research and Integration with teaching*, Washington, The Mathematical Association of America.
- CARDANO, G. (1545), *Artis magna, sive de regulis algebraicis*, Nürnberg, John Petreius.
- DESCARTES, R. (1954), *The geometry of René Descartes*, SMITH, D. E.; LATHAM, M. L. (eds.), Nova York, Dover.
- DOU, A. (1986), «Euclides». A: *Historia de la Matemática hasta el siglo XVII*, Madrid, Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 61-78.
- EUCLID. (1956), *The Thirteen books of The Elements*, trad. T. Heath, Nova York, Dover, vol. 2.
- FERMAT, P. (1894), *Oeuvres*, TANNERY, P.; CHARLES, H. (eds.), Gauthier Villars, París, volum II.
- GUEVARA, I.; ROMERO, F.; MASSA, M. R. (2008), «Geometria i trigonometria en el Teorema de Menelau (100 dC)», *Actes d'Història de la Ciència i de la Tècnica*, Barcelona, SCHCT-IEC, **2**, 39-50.
- HEATH, T. L. (ed.) (1897), *The Works of Archimedes*, Cambridge, Cambridge University Press.
- JAHNKE, H. N.; KNOCH, N.; OTTE, M. (1996), *History of Mathematics and Education: Ideas and Experiences*, Göttingen, Vandenhoeck und Ruprecht.
- KATZ, V. (ed.) (2000), *Using History to Teach Mathematics. An International Perspective*, Washington, The Mathematical Association of America.
- MASSA ESTEVE, M. R. (2003), «Aportacions de la història de la matemàtica a l'ensenyament de la matemàtica», *Biaix*, **21**, 4-9.
- MASSA ESTEVE, M. R. (2005a), «Les equacions de segon grau al llarg de la història», *Biaix*, **24**, 4-15.
- MASSA ESTEVE, M. R. (2005b), «L'ensenyament de la trigonometria. Aristarc de Samos (310-230 aC)». A: GRAPI, P.; MASSA, M. R. (eds.), *Actes de la I Jornada sobre la història de la ciència i l'ensenyament*, Barcelona, SCHCT-IEC, 95-101.
- PÉREZ DE MOYA, J. (1562), *Arithmetica practica, y especulativa*, Salamanca, Mathias Gast.
- ROMERO, F.; MASSA, M. R. (2003), «El teorema de Ptolemeu», *Biaix*, **21**, 31-36.
- ROMERO, F.; MASSA, M. R.; CASALS, M. A. (2006), «La trigonometria en el món àrab. Tractat sobre el quadrilàter complet de NASIR AL-DIN AL-TUSI (1201-1274)». A: BATLLÓ, J. et al. (eds.), *Actes de la VIII Trobada d'Història de la Ciència i de la Tècnica*, Barcelona, SCHCT-IEC, 569-575.
- ROMERO, F. (2012), «The importance of games of chance at the inception of probability theory». A: BRUNEAU, O. et al. (eds.), *Innovative Methods for Science Education: History of Science, ICT and Inquiry Based Science Teaching*, Berlín, Frank & Time GmbH, 337-354.
- ROMERO, F.; MASSA, M. R. (2012), «Anàlisi de materials d'història de la matemàtica per a l'aula». A: GRAPI, P.; MASSA, M. R. (eds.), *Actes de la IX Jornada per a la Història de la Ciència i l'Ensenyament*, Barcelona, SCHCT-IEC, 95-105.
- WEEKS, C. (trad.) (1997), *History of Mathematics, histories of problems*, Inter-Irem commission, París, Ellipses.